**Анализ на решението на задача**

**Машини**

Да разгледаме първо случая, когато в цеха първоначално има точно две технологични линии. Очевидно исканото „обединение“ на двете линии в една може да се осъществи тогава и само тогава, когато е изпълнено следното условие: *няма две машини, съответно от вид A и от вид B, които се срещат и в двете линии, като в първата машината от вид A е преди машината от вид B, а във втората машината от вид A е след машината от вид B.*

Проверката за изпълнението на това условие може да се извърши по различни начини, но не всички са достатъчно бързи за големите тестове, които се срещат в третата група от тестове.

Един начин е да се запомнят позициите на всички видове машини от първата линия, а след това за всяка двойка видове машини от втората да се провери дали не са разменени като разположение един спрямо друг по отношение на същата двойка видове в първата линия. Това решение е с квадратична сложност относно броя на машините във втората линия, а той може да бъде до 20000. Решение от този тип няма да бъде достатъчно бързо за тестовете от третата група с по 2 линии и ще получи 20 точки. Такова решение е реализирано във файл **machines30slow.cpp.**

Едно бързо решение за случая, когато в цеха има точно две линии, се основава на наблюдението, че, ако от първата линия премахнем всички машини, които като вид не се срещат във втората, а от втората линия премахнем всички машини, които като вид не се срещат в първата (т.е. оставим две редици, които съдържат едно и също множество от видове машини), то „обединяването“ на двете линии е възможно тогава и само тогава, когато тези две редици са еднакви, т.е. видовете машини и в двете са подредени по един и същи начин. Това лесно може да се докаже – изпълнете го като приятно упражнение😊.

Решението, базирано на това наблюдение, е линейно относно броя на машините в двете линии и носи 30 точки от групите тестове, в които в цеха има точно по 2 линии. Такова решение е реализирано във файл **machines30.cpp**.

Когато линиите в цеха са повече, ситуацията се усложнява, както може да се види от обяснението на втория пример в условието. Разглеждането на примерите, а и разсъжденията за случая, когато има 2 линии, могат да наведат на мисълта, че „обединението“ на линиите няма да бъде възможно, ако има „зацикляне“ на някаква последователност от видове машини, т.е. в една линия вид *A[1]* се среща преди вид *А[2]*, в друга линия вид *A[2]* се среща преди вид *A[3]* и т.н. в някаква линия вид *A[k-1]* се среща преди вид *A[K]* и накрая в друга линия вид *A[K]* се среща преди вид *A[1]*. Това навежда на мисълта да се построи ориентиран граф, който има 20000 върха – всеки връх съответства на вид машина. От връх с номер *A* към връх с номер *B* има ориентирано ребро, когато в някоя линия има две **последователни** машини, като едната е от вид *A*, a следващата я е от вид *B.* За си спестим усилията, всяко такова ребро да се среща само по веднаж в графа, можем да го направим и мулриграф, т.е. ако две такива машини се срещат в няколко линии, то от връх *A* към връх *B* да отиват няколко ориентирани ребра – това не усложнява задачата.

Твърдението, което лесно се доказва е, че „обединението“ на линиите е възможно тогава и само тогава, когато този граф не съдържа цикли(ориентирани).

От тук решението е лесно – построява се графът и с едно обхождане в дълбочина се проверява дали в него има цикъл – ако има, то „обединението“ не е възможно, ако няма, то е възможно.

Внимавайте – търсим ориентиран цикъл. При обхождането в дълбочина в ориентиран граф се получават четири вида ребра – дървесни, обратни, прави и напречни. Само обратните определят цикъл.

Сложността на такова решение е O(20000+|E|), където |E| е броят на ребрата в графа. Дори и при мултиграф, броят на ребрата не надвишава 20000\*K, т.е. 2 000 000 при K=100 (това е много груба оценка, но върши работа).

Ако, когато е възможно, искате да построите исканата редица от машини (което в задачата не се изисква), то трябва да направите топологична сортировка на получения ацикличен ориентиран граф.

Такова решение е реализирано във файл **machines.cpp.**

*Автор: Руско Шиков*